

Vous devez ment
onner les valeurs des
paramètre sur le
rapport

$$G(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\gamma}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

I preparation

② Déterminons les pôles de $G(p)$

$$1 + \frac{2\gamma}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} = 0 \quad (\Rightarrow) \quad \frac{\omega_0^2 + 2\gamma\omega_0 p + p^2}{\omega_0^2} = 0$$

$$(\Rightarrow) \quad \omega_0^2 + 2\gamma\omega_0 p + p^2 = 0$$

$$\Delta = 4\gamma^2\omega_0^2 - 4\omega_0^2$$

$$= 4\omega_0^2(\gamma^2 - 1)$$

$$\rightarrow \text{Si } 0 \leq \gamma < 1 \text{ alors } p_1 = \frac{-2\gamma\omega_0 - j\sqrt{4\omega_0^2(\gamma^2 - 1)}}{2\omega_0^2}$$

$$= \frac{-\gamma + j\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\omega_0}$$

$$= \frac{-\omega_0(\gamma + j\sqrt{1 - \gamma^2})}{\omega_0^2}$$

$$p_2 = \frac{-2\gamma\omega_0 + j\sqrt{4\omega_0^2(\gamma^2 - 1)} \times j 2\omega_0}{2\omega_0^2}$$

$$= \frac{-\omega_0(\gamma - j\sqrt{1 - \gamma^2})}{\omega_0^2}$$

le système est amorti

$$\rightarrow \text{Si } \gamma = 1 \text{ alors } p = \frac{-2\gamma\omega_0}{2\omega_0^2} = \frac{-2\omega_0}{2\omega_0^2} = \frac{-1}{\omega_0}$$

le système est apériodique critique

$$\rightarrow \text{Si } \gamma > 1 \text{ alors } p_1 = \frac{-2\gamma\omega_0 + \sqrt{4\omega_0^2(\gamma^2 - 1)}}{2\omega_0^2}$$

$$= \frac{\omega_0(\sqrt{\gamma^2 - 1} - \gamma)}{\omega_0^2}$$

$$p_2 = \frac{-2\gamma\omega_0 - \sqrt{4\omega_0^2(\gamma^2 - 1)}}{2\omega_0^2}$$

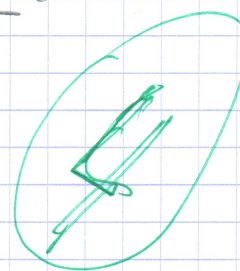
$$= \frac{-\omega_0(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1})}{\omega_0^2}$$

le système est amorti

③ $c(t) = \begin{cases} E & \text{pour } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Pour un système amorti :

$$o(t) = k \left(1 + \frac{1}{\tau_0 - \tau_1} \left(\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_0 e^{-t/\tau_0} \right) \right) u_f(t)$$



$$\text{avec } \tau_0 = \frac{1}{\omega_0(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1})} \text{ et } \tau_1 = \frac{1}{\omega_0(\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1})}$$

Pour un système non amorti

$$s(t) = K \left(1 - \frac{e^{-\gamma \omega_0 t}}{\sqrt{1 - \gamma^2}} \cos(\omega_0 t \sqrt{1 - \gamma^2} - \alpha) \right) u_h(t)$$

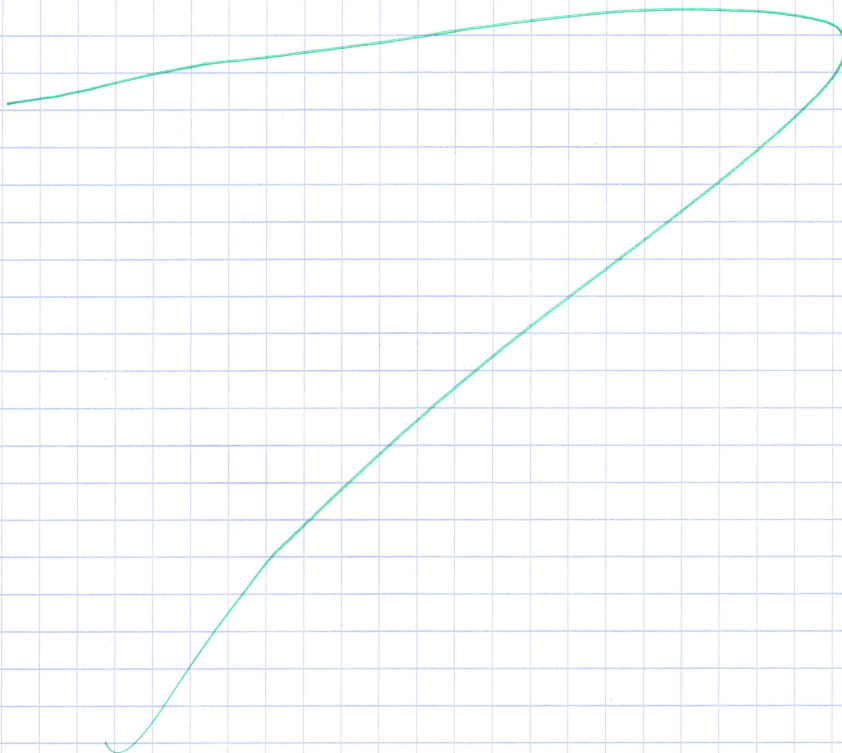
$$\text{avec } \tan \alpha = \frac{\gamma}{\sqrt{1 - \gamma^2}}$$

$$c) \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p S(p) = \lim_{p \rightarrow 0} G(p) = K \omega$$

$$\text{Donc } K = \frac{\lim_{p \rightarrow 0} G(p)}{\omega}$$

$$d) D = e^{\frac{-\pi \gamma}{\sqrt{1 - \gamma^2}}} \quad (\text{premier dépassement})$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \gamma^2}} \quad (\text{pseudo-période})$$



NOV 19 2017

$$G_c(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

Impédances
Par pont diviseur:

$$Z_R = R, \quad Z_L(p) = Lp, \quad Z_C(p) = \frac{1}{Cp}$$

$$\begin{aligned} G_c(p) &= \frac{\frac{1}{Cp}}{\frac{1}{Cp} + Z_R \parallel Z_L} = \frac{\frac{1}{Cp}}{\frac{1}{Cp} + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Lp}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{Cp}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Lp}}} = \frac{1}{1 + \frac{Cp}{\frac{Lp + R}{RLp}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{RLCp^2}{Lp + R}} \\ &= \frac{Lp + R}{Lp + R + RLCp^2} = \frac{\frac{L}{R}p + 1}{1 + \frac{L}{R}p + LCp^2} \end{aligned}$$

Soit $G_{c1}(p) = \frac{L}{R}p + 1$

$$G_{c2}(p) = \frac{1}{1 + \frac{L}{R}p + LCp^2}$$

Pour $G_c(p) = G_{c1}(p) \times G_{c2}(p)$

- $|G_{c1}(j\omega)| = \left| \frac{L}{R}j\omega + 1 \right| = \sqrt{\left(\frac{L}{R}\omega\right)^2 + 1}$

- BF: $|G_{c1}(j\omega)| \approx 1$, $|G_{c1}(j\omega)|_{dB} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 20 \log 1 = 0$

- HF: $|G_{c1}(j\omega)| \approx \frac{L}{R}\omega$, $|G_{c1}(j\omega)|_{dB} \approx 20 \log \left(\frac{L}{R}\omega\right)$

- $|G_{c2}(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + \frac{L}{R}j\omega - LC\omega^2} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}}$

- BF: $|G_{c2}(j\omega)| \approx 1$, $|G_{c2}(j\omega)|_{dB} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 20 \log 1 = 0$

- HF: $|G_{c2}(j\omega)| \approx \frac{1}{LC\omega^2}$, $|G_{c2}(j\omega)|_{dB} \approx 20 \log \left(\frac{1}{LC\omega^2}\right) = -20 \log(LC\omega^2)$
 $= -40 \log(\omega) - 20 \log(LC)$

Donc $|G_C(j\omega)|_{dB} = |G_{C1}(j\omega)|_{dB} + |G_{C2}(j\omega)|_{dB}$.

- HF: $|G_C(j\omega)|_{dB} \sim 20 \log\left(\frac{L}{R} \omega\right) - 40 \log(LC\omega)$

- BF: $|G_C(j\omega)|_{dB} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0$

Point d'intersection:

Pour $|G_{C1}(j\omega)|_{dB}$: $20 \log\left(\frac{L}{R} \omega\right) = 0$ pour $\omega = \frac{R}{L}$

car $\omega = \frac{1 \times 10^3}{40 \times 10^{-3}} = \frac{1 \times 10^5}{40} = 2,5 \times 10^4 \text{ rad/s}$.

Pour $|G_{C2}(j\omega)|_{dB}$: $-20 \log(LC\omega^2) = 0$ pour $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

car $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{(1 \times 10^{-6} \times 40 \times 10^{-3})^{1/2}} = 5 \times 10^3 \text{ rad/s}$

• $\text{Arg}(G_C(j\omega)) = \text{Arg}\left(\frac{L}{R} j\omega + 1\right) = \arctan\left(\frac{\frac{L}{R} \omega}{1}\right) = \arctan\left(\frac{L}{R} \omega\right)$

$\xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0$

$\sim \arctan\left(\frac{L}{R} \omega\right) \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2}$

• $\text{Arg}(G_{C2}(j\omega)) = \text{Arg}\left(\frac{1}{1 + \frac{L}{R} j\omega + LC\omega^2}\right) = -\arg\left(1 + \frac{L}{R} j\omega + LC\omega^2\right)$

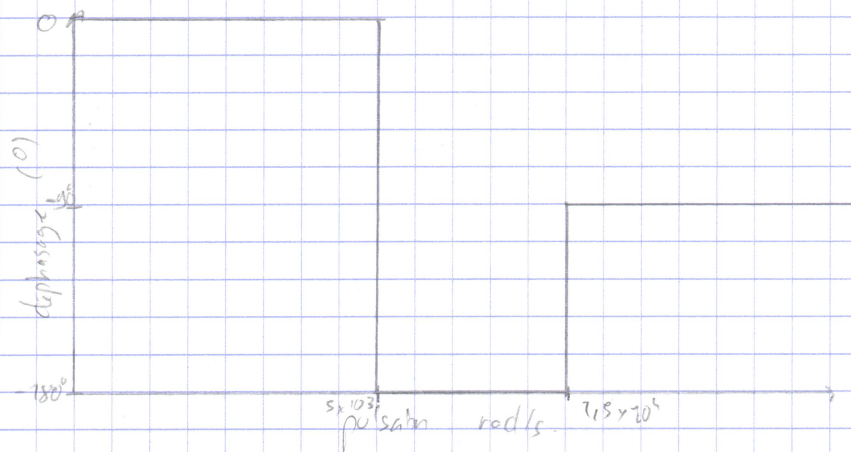
$= -\arctan\left(\frac{\frac{L}{R} \omega}{1 - LC\omega^2}\right) \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0$

$\sim -\arctan\left(\frac{\frac{L}{R} \omega}{-LC\omega^2}\right) = -\arctan\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) = -\pi + \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$

$\xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} -\pi$



③ à quoi sert un diagramme de Bode



① Les valeurs des diagrammes de Bode asymptotiques de $G_c(j\omega)$

③ On observe pour $\gamma = 0,2$ nous avons pleins d'oscillations, pendant un certain moment.

Au contraire quand $\gamma = 1$ ces oscillations ~~ne sont pas visibles~~ et quand $\gamma = 3$ le système est ~~amorti~~ bien plus rapidement.

① Donc plus γ est petit plus le temps de réponse est long.

Si $\gamma = 1$ alors le temps de réponse est court, plus γ est grand moins il y a d'oscillations et le temps de réponse qui augmente.

② Avec les graphiques on observe qu'avec un $\omega_0 = 5$ les périodes sont plus grandes donc le temps de réponse est plus long qu'avec un grand ω_0 .

② 2.2 Réponse fréquentielle

commentaire.

① $K = 11,02$ (d'après le diagramme de Bode)

$\omega_c = 8,33 \cdot 10^3$ (d'après le diagramme de Bode)

$\omega_r = 5,82 \cdot 10^3$ (d'après le diagramme de Bode)

$K_A = 13,2$ dB (d'après le diagramme de Bode)
= 4,57 en décibels

② On observe que l'amplitude de signal se trouve amplifiée, car on se trouve au niveau de la pulsation de résonance.
Avec les calculs : gain : $14,2 \text{ dB} = 5,13$ en décimale
déphasage : $-73,4^\circ$

③ Au contraire quand la pulsation du signal d'entrée est supérieure à ω_c le signal est ~~en~~ amorti.

Cela est dû au fait qu'en hautes fréquences, la bobine se comporte comme un interrupteur ouvert, mais nous retrouvons donc face à un système filtre passe-bas.

Avec les calculs : gain : $-21,4 \text{ dB} = \frac{1}{13,75}$ en décimale
déphasage : -138°

4b) Le filtre est un filtre passe bas, il laisse passer uniquement les basses fréquences et ~~en~~ enlève les hautes fréquences.

